eme groupe iecs

CONCOURS 1988

MATHEMATIQUES

Pour les calculs numériques, les candidats utiliseront les tables fournies avec le sujet

EPREUVE : MATH II
Régime général - Régime économique

DUREE : 2 heures

COEFFICIENT : 2

1) La probabilité que Monsieur X soit absent à son travail est égale à α $(0 < \alpha < 1)$. Les absences de Monsieur X ont pour cause soit la maladie, avec une probabilité β $(0 < \beta < 1)$ soit une autre raison avec une probabilité γ $(0 < \gamma < 1)$.

(a) Lorsque c'est possible, calculer en fonction de α, β et γ la probabilité de l'événement

$$\{\text{Monsieur } X \text{ est malade}\}.$$

(b) Sachant qu'un jour donné Monsieur X est absent, calculer en fonction de α, β et γ la probabilité qu'il soit malade.

(c) Quelle est la signification de l'égalité $\alpha = \beta$?

2) Soit un lot de 400 vis dont les unités se répartissent en fonction de leur diamètre, noté X, suivant les données du tableau suivant :

Classes de diamètre en mm	effectifs
[3; 3,05[	3
[3,05; 3,10[	6
[3,10; 3,15[	13
[3,15; 3,20[	23
[3,20; 3,25[	39
[3,25; 3,30[	78
[3,30; 3,35[	91
[3,35; 3,40[	72
[3,40; 3,45[	42
[3,45; 3,50[	17
[3,50; 3,55[	9
[3,55; 3,60[	5
[3,60; 3,65[	2
TOTAL	400

(a) Construire l'histogramme de la distribution de X.

(b) Calculer la moyenne et l'écart-type de la variable X. Les calculs seront présentés sous forme de tableau et les résultats arrondis à $0,01$ près.

(c) On suppose que la variable aléatoire X suit une loi $\mathcal{N}(3,32; 0,10)$.

On veut répartir la production sur cinq types de vis. Le type n° 1 est défini par la condition $X \leq \alpha_1$, et pour $i = 2,3,4$ le type n° i est défini par la condition $\alpha_{i-1} < X \leq \alpha_i$.

Les α_i sont choisis de la manière suivante : le fabricant détermine, à 10^{-3} près par excès, $c > 0$ tel que $P\{X \in [3,32 - c; 3; 32 + c]\} = 0,90$. Il divise alors l'intervalle $[3,32-c; 3,32+c]$ en trois sous-intervalles de même longueur et prend pour valeurs des α_i les extrémités de ces derniers.

(c_1) Expliciter les cinq types de vis.

(c_2) Calculer, à une unité près au plus proche, les pourcentages respectifs qui correspondent à la production des différents types.

T.S.V.P.

3) Une société possède deux ordinateurs, un de type A et un autre de type B.

Le nombre d'incidents annuels de l'ordinateur A est une variable aléatoire X suivant une loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ ($\lambda > 0$), celui de l'ordinateur B est une variable aléatoire suivant une loi de Poisson $\mathcal{P}(\mu)$ ($\mu > 0$). Les variables aléatoires X et Y sont supposées indépendantes.

(a) On pose S la variable aléatoire définie par

$$S = X + Y\ .$$

i) Montrer que $\forall\ s \in \mathbb{N}$,

$$P(S = s) = \sum_{k=0}^{s} P(X = k \text{ et } Y = s - k).$$

ii) En déduire que la loi de probabilité de la variable aléatoire S est une loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda + \mu)$.

(b) On veut calculer la loi de probabilité de la variable aléatoire X sachant que le nombre total d'accidents S vaut s_0, où s_0 est un nombre entier positif donné.
On notera $X/S = s_0$ cette variable aléatoire.

i) Montrer que $\forall\ k \in \{0, 1, 2, \ldots, s_0\}$.

$$P(X = k/S = s_0) = \frac{P(X = k).P(Y = s_0 - k)}{P(S = s_0)}$$

ii) En déduire que la variable aléatoire $X/S = s_0$ suit une loi binômiale $\mathcal{B}(s_0, \frac{\lambda}{\lambda+\mu})$.

(c) On sait que chaque incident de l'ordinateur A coûte à la compagnie 2000 F et que chaque incident de l'ordinateur B lui coûte 2500 F. D'autre part chaque incident de l'ordinateur A entraîne 2 heures de chômage technique du personnel de la société et chaque incident de B, 3 heures de chômage technique.

i) Sachant que le coût dû aux incidents de deux ordinateurs est de 18500 F/an et que le nombre moyen d'heures de chômage technique est de 21 heures/an, calculer les valeurs λ et μ.

ii) Sachant qu'une année il y a eu 5 incidents au total :

• Quelle est la probabilité qu'exactement deux incidents proviennent de l'ordinateur A?

• Calculer le nombre moyen d'heures de chômage technique dûes aux incidents de l'ordinateur A.

****

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail